

数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **5** までの 5 問がある。出願時の申告に従って次の通り計 4 問を選択し、解答しなさい。

「数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B」を選択した者(受験票に「数学」の表示がある者)は、**1**、**2**、**3**、**4** の 4 問を解答すること。

「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B」を選択した者(受験票に「数学(Ⅲを含む)」の表示がある者)は、**1**、**2**、**3**、**5** の 4 問を解答すること。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B	数学	1 、 2 、 3 、 4
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B	数学(Ⅲを含む)	1 、 2 、 3 、 5

3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。なお、「**4** または **5**」と印刷されている解答用紙については、選択した問題番号を○で囲みなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

- (1) 第2項が $\frac{1}{3+\sqrt{3}}$ 、公比が $\sqrt{3}$ の等比数列の初項から第8項までの和を求めよ。
- (2) $8^{x+1} - 4^{x+\frac{3}{2}} + 2^{x+1}(1-2^x) < 0$ を満たす実数 x の範囲を求めよ。
- (3) $x = 1 + 2i$ が方程式 $x^3 - (4 + 2i)x^2 + ax + b = 0$ の解の1つとなるような実数 a, b の値を求めよ。ただし、 i は虚数単位である。

2 $\triangle OAB$ において、辺 OA を $7 : 4$ に内分する点を C 、辺 OB を $9 : 1$ に内分する点を D とし、線分 AD と線分 BC の交点を E とする。さらに、直線 OE と辺 AB の交点を F とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、 \overrightarrow{OE} を \vec{a} と \vec{b} で表せ。

(2) $\triangle BEF$ の面積が 28 であるとき、 $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) すべての整数 n に対し、 n^4 を 5 で割ったときの余りは、0 か 1 のいずれかであることを示せ。

- (2) $x^4 + y^4 + 2 = z^4$ を満たす整数 x, y, z は存在しないことを示せ。

次の2問 **4**、**5** のうちから、表紙の注意事項 2. に指示されているように出願時の申告に従って次の通り1問を選択し、解答せよ。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B	数学	4
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B	数学(Ⅲを含む)	5

4 $f(x) = |x^2 + x - 2| + 2x - 2$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = 0$ を満たす実数 x をすべて求めよ。
- (2) a を定数とし、 $0 < a < 1$ とする。放物線 $y = a(x^2 + 3x - 4)$ と $y = f(x)$ のグラフによって囲まれた2つの部分の面積が等しいとき、 a の値を求めよ。

5 自然数 n に対し、 $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, dx$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) I_1 と I_2 をそれぞれ求めよ。
- (2) 自然数 n に対し、 I_{n+2} を I_n で表せ。
- (3) π を I_8 で表せ。